**KHOÁ HỌC: THUẬT TOÁN CHUYÊN SÂU – SAMSUNG PTIT – HÈ 2025**

**Buổi 8: ÔN TẬP TỔNG HỢP**

\*\*\*

**Thời gian thực hiện:** 19h30 – 23h00, Thứ 2, ngày 18 tháng 08 năm 2025

**Đề thi gồm có:** 06 bài. Giới hạn về thời gian và bộ nhớ được ghi ở cuối mỗi bài

\*\*\*

**ĐỀ BÀI**

**BÀI 1. OLP042. GHÉP CẶP**

Cho số nguyên dương N, đếm số cách chia các số từ 1 đến 2N thành N nhóm, mỗi nhóm gồm 2 số mà hiệu hai số trong một nhóm bằng hiệu hai số trong nhóm khác.

**Input:**

* Dòng đầu tiên chứa số lượng bộ test T.
* Mỗi test gồm 1 số nguyên dương N.

**Subtask:**

* **Subtask 1 (50%):** T, N ≤ 104
* **Subtask 2 (50%):** T ≤ 105, N ≤ 106.

**Output:** Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 2  1  2 | 1  2 |

**Giải thích test 2:** Có 2 cách chia nhóm là:

* Cách 1: (1, 2) và (3, 4)
* Cách 2: (1, 3) và (2, 4)

**Giới hạn thời gian:** 2s

**Giới hạn bộ nhớ:** 200000 Kb

**BÀI 2. 1548. PHẦN TỬ TRUNG VỊ**

Phần tử trung vị của một dãy số có n phần tử là phần tử chính giữa (số thứ a[(n + 1) / 2]) sau khi dãy số được sắp xếp. Ví dụ dãy A[] = [1, 2, 3, 4, 5], phần tử trung vị là 3.

Cho một dãy số ban đầu rỗng và Q truy vấn, mỗi truy vấn có dạng:

* add x: Thêm số x vào dãy số (1 ≤ x ≤ 106).
* del x: Xóa bỏ x (x đảm bảo tồn tại trong dãy)
* print: Yêu cầu in ra phần tử trung vị của dãy số.

**Input**

* Dòng đầu tiên là số lượng truy vấn Q (Q ≤ 105).
* Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một trong 3 loại truy vấn như trên.

**Output**: Với mỗi truy vấn “print”, hãy in ra phần tử trung vị của dãy số.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 10  add 1  add 4  add 7  add 8  print  add 9  print  del 1  del 8  print | 4  7  7 |

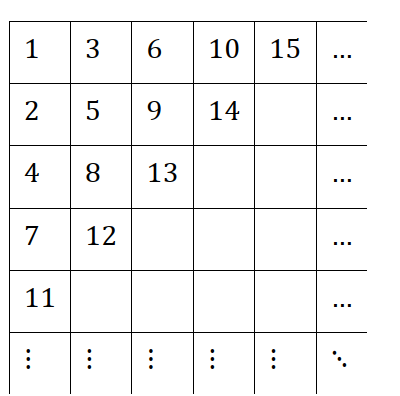
**Giải thích truy vấn 1:** Dãy số hiện tại là [1, 4, 7, 8]. Phần tử trung vị là 4.

**Giới hạn thời gian:** 2s

**Giới hạn bộ nhớ:** 65536 Kb

**BÀI 3. OLP203. BẢNG SỐ ZIG - ZAC**

Cho một bảng kích thước vô hạn được chia làm lưới ô vuông đơn vị. Các hàng của bảng được đánh số từ 1 từ trên xuống và các cột của bảng được đánh số từ 1 từ trái qua phải. Ô nằm trên giao điểm của hàng i, và cột j được gọi là ô (i, j). Người ta điền các số nguyên liên tiếp bắt đầu từ 1 vào bảng theo quy luật sau:





Yêu cầu 1: Xác định giá trị ghi trên ô (x, y) của bảng

Yêu cầu 2: Xác định hàng và cột của ô chứa giá trị z.

**Input:**

* Dòng đầu tiên là hai số nguyên x và y.
* Dòng thứ hai chứa một số nguyên z.

**Output:**

* Dòng đầu tiên in ra giá trị trên ô (x, y).
* Dòng thứ hai in ra chỉ số hàng và cột của ô chứa giá trị z.

**Subtask:**

* **Subtask 1 (50%):** x, y ≤ 1000, z ≤ 106;
* **Subtask 2 (50%):** x, y, z ≤ 109.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 4 2  8 | 12  3 2 |

**Giới hạn thời gian:** 2s

**Giới hạn bộ nhớ:** 524288 Kb

**BÀI 4. OLP200. XẾP HÀNG TỐI ƯU**

Để trình diễn một tiết mục trong màn khai mạc Đại hội thể thao quốc tế, đạo diễn Mr. Tim đã mời N vận động viên tham gia. Theo kịch bản, N vận động viên sẽ được xếp thành một hàng dọc hoặc một hàng ngang liên tiếp (song song với trục tọa độ, các điểm cách nhau 1 đơn vị). Hiện tại, vận động viên thứ i đang ở vị trí (X[i], Y[i]), nếu vận động viên này di chuyển đến vị trí (U[i], V[i]) thì sẽ mất năng lượng là |X[i] – U[i]| + |Y[i] – V[i]|.

Hãy giúp đạo diễn xác định cách xếp hàng để tổng năng lượng di chuyển của cả N vận động viên là nhỏ nhất.

**Input:**

* Dòng đầu tiên là số nguyên dương N.
* N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên X[i], Y[i] (|X[i]|, |Y[i]| ≤ 109)

**Output:**

In ra một số nguyên là tổng năng lượng di chuyển của cả N vận động viên.

**Giới hạn:**

* **Subtask 1 (40%):** 0 ≤ X[i], Y[i] ≤ 100,  N ≤ 100.
* **Subtask 2 (40%):** 0 ≤ X[i], Y[i] ≤ 104,  N ≤ 104.
* **Subtask 3 (20%):** N ≤ 105.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 3  1 1  1 2  3 3 | 2 |

**Giới hạn thời gian:** 2s

**Giới hạn bộ nhớ:** 524288 Kb

**BÀI 5. OLP029. TRÒ CHƠI SỐ HỌC**

Cho dãy số a[1], a[2], …, a[N]. Trò chơi di chuyển xuất phát từ vị trí 1 và kết thúc ở vị trí N. Mỗi bước, người chơi sẽ được nhảy từ vị trí (i) tới vị trí (j) (i khác j) nếu như (6 \* a[i] + a[j]) là một số nguyên tố.

Nhiệm vụ của bạn là đếm cách di chuyển từ vị trí 1 tới vị trí N với không quá K bước.

Vì đáp án có thể rất lớn, hãy in ra đáp án theo module M.

**Input:**

* Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T ≤ 20).
* Mỗi test gồm 3 số nguyên N, K và M (1 ≤ N ≤ 20, 1 ≤ K, M ≤ 1012).
* Dòng tiếp theo gồm N số nguyên a[i] (a[i] ≤ 109)

**Output:**Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng

**Ví dụ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 1  3 2 100  1 5 7 | 2 |

**Giải thích test:** Có 2 cách là: 1 🡪 5 🡪 7 và 1 🡪 7

**Giới hạn thời gian:** 2s

**Giới hạn bộ nhớ:** 65536 Kb

**BÀI 6. 1547. DÃY CON NHỎ NHẤT CÓ USCLN BẰNG K**

Cho dãy số A[] có N phần tử. Nhiệm vụ của bạn là tìm dãy con liên tiếp có độ dài nhỏ nhất, sao cho UCLN của các phần tử đúng bằng K.

**Input**

* Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T ≤ 10).
* Mỗi test bắt đầu bằng 2 số nguyên N và K (1 ≤ N ≤ 105).
* Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i] (1 ≤ A[i], K ≤ 109).

**Output**

Với mỗi test, hãy in ra đáp án trên một dòng. Nếu không tìm được dãy con nào, in ra -1.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 3  8 3  6 9 7 10 12 24 36 27  4 3  2 4 6 8  4 6  1 2 3 6 | 2  -1  1 |

**Giới hạn thời gian:** 2s

**Giới hạn bộ nhớ:** 65536 Kb